

EQUACIÓ DEL TEMPS I ANALEMES

Introducció

Sens dubte que el primer procediment per mesurar el temps al llarg del dia va ser l'observació del pas del Sol pel cel, de llevant cap a migdia i de migdia cap a ponent. Això va donar origen als rellotges de sol, dels quals n'hem pogut veure dotzenes de models diferents i que ara no és el moment de detallar.

Paral·lelament també es van anar desenvolupant altres tipus de rellotges, principalment els rellotges mecànics, amb l'afany de donar l'hora, o la magnitud del paràmetre temps corresponent a cada instant, de la manera més acurada possible.

Primerament els rellotges eren poc precisos, s'avençaven, s'endarrerien i eren molt difícils de regular, però amb el temps la cosa va millorar i es va arribar a aconseguir molt bons rellotges, no tan solament rellotges estàtics o fixos sinó també rellotges portàtils. Recordem que això va ser un pas fonamental per a la fixació de la longitud geogràfica d'un punt, tema que està del tot relacionat amb la construcció del Reial Observatori de Greenwich l'any 1675 i també amb la construcció dels cronòmetres de John Harrison a partir de 1714.

Doncs bé, un cop aconseguits uns rellotges mecànics d'una precisió raonable, hom va poder constatar que els rellotges de sol no marcaven bé l'hora. Dit d'altra manera, si des d'un punt qualsevol de la Terra observem sistemàticament el pas del Sol pel meridià veurem dues coses que, de fet, són dues cares de la mateixa moneda:

- a/ El Sol no hi passa cada dia a la mateixa hora.
- b/ El valor de l'interval de temps entre dos passos consecutius del Sol pel meridià (dia solar veritable) no és constant.

Aquesta manca de constància es pot subdividir en dos sumands diferents:

- a/ Un alentiment secular del moviment de rotació de la Terra, que es corregeix afegint un segon addicional de tant en tant, p. ex. en els anys 1992, 1993, 1994, 1996, 1997 i 2006.
- b/ Uns avençaments i endarreriments anuals, que a curt terme són regulars, si bé també varien lentament al llarg de mil·lenis. Aquests avençaments i endarreriments regulars són el que s'anomena Equació del temps i és el que estudiarem en la sessió d'avui. Per a una millor claredat en l'exposició no parlarem de l'òrbita de la Terra al voltant del Sol, a què estem més acostumats, sinó de l'òrbita relativa o aparent del Sol al voltant de la Terra.

Aquest fenomen de l'Equació del temps, que a primera vista pot semblar estrany, és degut a dues causes:

- a/ El pla de l'equador terrestre està inclinat respecte al pla de l'eclíptica o pla de l'òrbita de la Terra al voltant del Sol (i també de l'òrbita aparent del Sol al voltant de la Terra). Aquesta inclinació rep el nom d'inclinació axial.
- b/ L'òrbita de la Terra al voltant del Sol (i també l'òrbita aparent del Sol al voltant de la Terra) no és una circumferència sinó que és una el·lipse.

El resultat és que el dia solar veritable no té un valor constant. Per això, quan es mesurava la durada del dia a partir de l'observació dels passos del Sol pel meridià va caldre adoptar un sol fictici anomenat Sol mitjà, que passés pel meridià a intervals regulars i iguals durant tot l'any. Com que aquest Sol mitjà en realitat no existeix, cal mesurar el seu pas teòric o fictici pel meridià amb rellotges que tinguin una precisió adequada i, per definició, aquest Sol mitjà coincideix amb el Sol veritable en els moments del perigeu i de l'apogeu.

Al temps mesurat a partir d'aquest Sol mitjà se l'anomena TSM o Temps Solar Mitjà. Al temps solar mitjà a l'observatori de Greenwich se l'anomena GMT (Greenwich Mean Time =

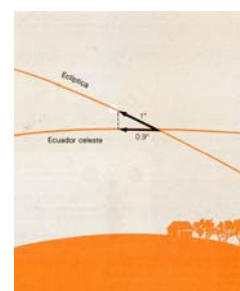
Temps Mitjà de Greenwich), i les sigles GMT es van servir sovint per indicar les hores oficials dels diferents països. P. ex. a Espanya l'hora d'hivern és GMT+1 i l'hora d'estiu és GMT+2, i a la Xina és GMT+8 a tot el país i durant tot l'any.

Tanmateix avui dia, degut a l'alentiment secular ja esmentat de la rotació de la Terra, s'ha abandonat el Sol com a referència per mesurar el temps i s'ha adoptat una escala derivada del temps atòmic, però aquest ja és un altre tema.

Equació del temps deguda a la inclinació axial o obliquïtat de l'eclíptica

Si el pla de l'equador terrestre coincidís amb el pla de l'eclíptica, el recorregut aparent del Sol en l'esfera celeste aniria seguint la mateixa línia de l'equador. Ara bé, com que en realitat aquests dos plans no coincideixen, el mesurament del temps solar, que es fa segons l'angle girat pel Sol a partir del meridià (angle horari), correspon a la projecció sobre l'equador del moviment del Sol que té lloc sobre l'eclíptica.

En els solsticis, l'eclíptica i l'equador són pràcticament paral·lels, però en els equinoccis les dues línies formen un angle de $23^{\circ},438\ 511 = 23^{\circ}\ 26'\ 18'',6$, de manera que perquè la projecció del Sol sobre l'equador, que és la mesura del temps solar, avenci 1° , en realitat el Sol ha de recórrer $1/\cos 23^{\circ},438\ 511 = 1,116\ 8 = 1^{\circ}\ 7'$ sobre l'eclíptica. O bé, quan el Sol ha recorregut 1° sobre l'eclíptica, la seva projecció només ha recorregut $0^{\circ},895\ 4 = 53'\ 43''$ sobre l'equador, tal com s'il·lustra en la figura adjunta.



Aquest efecte arriba a produir una diferència entre el TSV i el TSM de fins a 9 minuts, amb dos valors mínims anuals a prop del 5 de febrer i el 5 d'agost i dos valors màxims anuals a prop del 5 de maig i el 5 de novembre.

Equació del temps deguda a l'excentricitat de l'òrbita terrestre

Sobre l'esfera celeste el Sol recorre l'eclíptica amb una velocitat variable. Això s'explica per la 2^a llei de Kepler (Llei de les àrees). En el periheli, que té lloc de l'1 al 5 de gener (l'any 2006 va ser el 4 de gener a les 15 TU), el Sol va més de pressa en la seva òrbita, de manera que la Terra ha de girar un major angle sobre si mateixa per tenir altre cop el Sol en el meridià del lloc de l'observador, o sigui que el dia solar veritable és més llarg que el dia solar mitjà i per això entre el periheli i l'afeli el Sol veritable s'endarrereix respecte al Sol mitjà.

Anàlogament, en l'afeli, que té lloc del 2 al 7 de juliol (l'any 2006 va ser el 3 de juliol a les 24 TU), el Sol va més a poc a poc en la seva òrbita, de manera que la Terra ha de girar un menor angle sobre si mateixa per tenir altre cop el Sol en el meridià del lloc de l'observador, o sigui que el dia solar veritable és més curt que el dia solar mitjà i per això entre l'afeli i el periheli el Sol veritable s'avança respecte al Sol mitjà.

Aquest efecte arriba a produir una diferència entre el TSV i el TSM de fins a 10 minuts, amb un màxim i un mínim anual, a prop del 30 de setembre i el 31 de març respectivament.

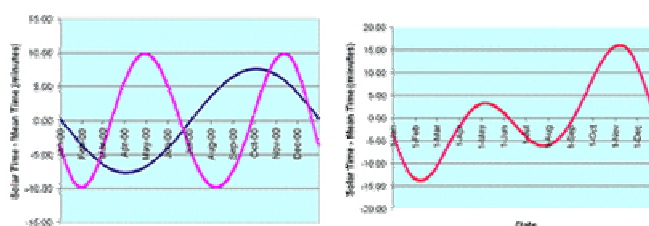
Suma dels dos efectes anteriors

Per trobar la diferència total entre el TSV i el TSM cal sumar els dos efectes anteriors. Com que les dates dels respectius màxims i mínims no coincideixen, els màxims i mínims resultants de la suma són inferiors a la suma dels màxims o dels mínims de cada un dels

sumands. Tampoc no coincideixen les dates dels zeros d'aquestes dues funcions, i per això els dies d'Equació del temps igual a zero no coincideixen amb els solsticis, els equinoccis, ni tampoc amb el periheli o l'afeli. En realitat la diferència TSV - TSM és nul·la aproximadament el 16 d'abril, el 15 de juny, l'1 de setembre i el 25 de desembre, o sigui que en aquests dies el Sol passa puntualment a migdia pel meridià, feta la salvetat de la correcció de temps per la longitud geogràfica.

Quant als màxims i mínims resultants, de la suma de les dues funcions resulta un mínim "gran" de -15 minuts a prop del 12 de febrer i un mínim "petit" de -6 minuts a prop del 27 de juliol. Els màxims són un màxim "petit" de 4 minuts a prop del 15 de maig i un màxim "gran" de 16 minuts a prop del 4 de novembre. Cal fer però, un aclariment important, i és que, en un mateix dia, la diferència entre el TSV i el TSM només és d'alguns segons, i que aquests considerables valors de l'Equació del temps es deuen a l'acumulació de les diferències diàries durant setmanes o mesos. A continuació podem veure diferents gràfiques de l'Equació del temps procedents de fonts diverses que, naturalment, totes tenen la mateixa forma.

En la primera d'aquestes dues darreres figures es pot veure la gràfica de les dues funcions per separat, en color rosa l'efecte de la inclinació axial i en blau l'efecte de l'excentricitat de l'òrbita i en la segona, la gràfica resultant de la seva suma.



Naturalment el valor de l'Equació del temps es troba tabulat a llocs molt diversos, p. ex. en aquesta taula està indicat en minuts a la 2^a columna i la S vol dir que el Sol veritable està endarrerit (slow). Els valors de la darrera columna són les declinacions.

Jan 1	3.12	S	-23.04
Jan 2	3.40	S	-22.59
Jan 3	4.08	S	-22.54
Jan 4	4.36	S	-22.48
Jan 5	5.03	S	-22.42
Jan 6	5.30	S	-22.36
Jan 7	5.57	S	-22.28
Jan 8	6.23	S	-22.21
Jan 9	6.49	S	-22.13
Jan 10	7.14	S	-22.05
Jan 11	7.38	S	-21.56
Jan 12	8.02	S	-21.47
Jan 13	8.25	S	-21.37
Jan 14	8.48	S	-21.27
Jan 15	9.10	S	-21.16

E_t no supera els 16 minuts en cap època de l'any, però ja es veu que assoleix uns valors força apreciables. Aquesta inexactitud, juntament amb la diferència entre l'hora de TSM d'un lloc i la corresponent hora oficial, és la que fa que aparentment un rellotge de sol "no marqui l'hora bé", però tal com s'ha dit, la causa no és imputable al dissenyador del rellotge sinó que això ocorre perquè el Sol no passa a intervals constants.

La inexactitud deguda a la diferència entre l'hora local i l'hora oficial (p. ex. a Vic, amb una longitud geogràfica de 2° 15' E, el Sol passa pel meridià 9 minuts abans que pel meridià de Greenwich) es pot eliminar si el dissenyador del rellotge ho vol, cosa que a vegades alguns no volen o no se'ls acudeix, i la inexactitud deguda a l'Equació del temps es pot compensar llegint l'hora no fent servir l'ombra de tota la llargada del gnòmon sinó llegint-la només per la posició

de la punta situada sobre les línies en forma d'analema que hi ha dibuixades en els rellotges més sofisticats, amb la qual cosa ja es té en compte aquest avençament o endarreriment en les diferents èpoques de l'any.

Càlcul aproximat de l'Equació del temps

Una de les possiblement moltes fórmules aproximades per calcular l'Equació del temps és aquesta:

$$E = 9,87 * \sin(2B) - 7,53 * \cos(B) - 1,5 * \sin(B)$$

(valor d'E en hores)
 essent $B = 360 * (n-18) / 365$
 i n, el n° del dia de l'any, a partir de l'1 de gener.

Segons l'Anuari de l'AOM, l'Equació del temps es pot calcular aproximadament amb aquesta fórmula:

$$E = 595 * \sin(198 + 1,9713 * d) + 441 * \sin(175 + 0,9856 * d)$$

essent d, també el n° del dia de l'any (en aquest cas el valor d'E és en segons).

Per als anys anteriors, aquesta fórmula varia lleugerament, si bé els coeficients pels quals es multiplica d són sempre els mateixos.

2005	$E = 596 * \sin(199 + 1,9713 * d) + 442 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,
2004	$E = 595 * \sin(198 + 1,9713 * d) + 442 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,
2003	$E = 596 * \sin(198 + 1,9713 * d) + 442 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,
2002	$E = 595 * \sin(199 + 1,9713 * d) + 441 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,
2001	$E = 596 * \sin(199 + 1,9713 * d) + 441 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,
2000	$E = 596 * \sin(198 + 1,9713 * d) + 442 * \sin(175 + 0,9856 * d)$,

Variació de l'Equació del temps al llarg dels anys

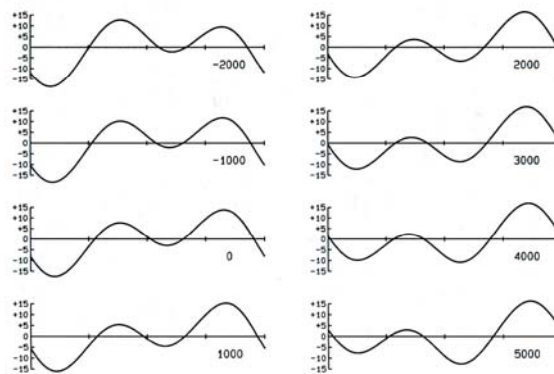
L'Equació del temps va variant al llarg dels anys en la mesura que varien lentament els paràmetres que la produeixen: Inclínació axial, excentricitat de l'òrbita i posició del periheli i de l'afeli (rotació de la línia dels àpsides). Vegem a continuació una taula i una gràfica que ens il·lustren aquesta variació secular:

TABLE 28.A

The extreme values of the equation of time in modern times

Year	Minimum of February	Maximum of May	Minimum of July	Maximum of November
	m s	m s	m s	m s
1600	-15 01	+4 19	-5 40	+16 03
1700	-14 50	+4 09	-5 53	+16 09
1800	-14 38	+3 59	-6 05	+16 15
1900	-14 27	+3 50	-6 18	+16 20
2000	-14 15	+3 41	-6 31	+16 25
2100	-14 03	+3 32	-6 44	+16 30
1246	-15 39	+4 58	-4 58	+15 39

The curve of the equation of time at intervals of 1000 years, from 2000 B.C. to A.D. 5000. For each curve, the scale is given at left, in minutes of time. The ticks on the horizontal line divide the year in four quarters: January 1 at left, December 31 at right.



Definició i càlcul de l'Equació del temps, segons el llibre "Astronomía" de F. Martín Asín (Madrid, 1982)

Aquest llibre, que és l'únic lloc on he trobat el procés de càlcul trigonomètric de l'Equació del temps, no la defineix com a TSV - TSM, sinó que ho fa com a la diferència entre l'ascensió recta del Sol veritable i la del Sol mitjà, de manera que tenim: $E_t = \alpha_V - \alpha_M$

Tanmateix cal fer un aclariment previ: Al principi s'ha dit que el Sol mitjà coincideix amb el Sol veritable en el perigeu i el l'apogeu, però el Martín Asín ho explica d'una manera més rigorosa i fa un pas intermedi. Primerament defineix un Sol fictici F que recorre l'eclíptica a velocitat constant i que, efectivament, coincideix amb el Sol veritable en el perigeu i l'apogeu, i després defineix un Sol mitjà M que es mou a velocitat constant sobre l'equador i que coincideix amb el Sol fictici en els punts γ i Ω (àries i lliura). Aquest Sol mitjà M és el que ens servirà per mesurar el temps a partir del seu angle horari, i no correspon a la projecció sobre l'equador del Sol fictici F, sinó que en la figura tenim que $\gamma F = \gamma M$.

Anem a veure com es fa el càlcul de l'equació del temps, però sense detallar el càlcul trigonomètric d'una manera exhaustiva. En la figura tenim:

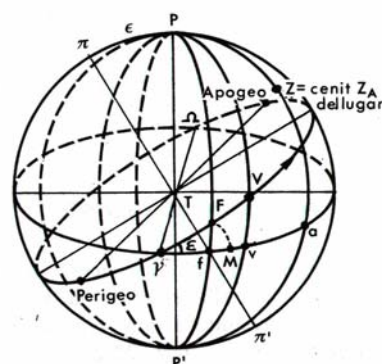
$$E_t = \alpha_V - \alpha_M = \gamma V - \gamma M = (\gamma V - \gamma F) - (\gamma V - \gamma v) = Q - R$$

ja que $\gamma F = \gamma M$

i essent:

Q = equació de centre = longitud eclíptica del Sol veritable - longitud eclíptica del Sol fictici.

i R = reducció de l'equador = longitud eclíptica del Sol veritable - ascensió recta del Sol veritable.



És a dir, d'aquesta manera es descomponen les dues causes o sumands de l'equació del temps enunciades al principi de tot i es poden estudiar analíticament per separat. En efecte, Q representa la variació en la velocitat del Sol veritable degut a l'excentricitat de l'òrbita i R representa la variació en la velocitat del Sol veritable degut a l'obliqüitat de l'eclíptica.

Equació de centre

Aquest paràmetre s'ha d'estudiar sobre l'el·lipse que aparentment descriu el Sol veritable al voltant de la Terra situada en un dels seus focus i sobre la circumferència que descriu el Sol fictici amb velocitat uniforme, coincidint en el perigeu i l'apogeu amb el Sol veritable. En la figura tenim:

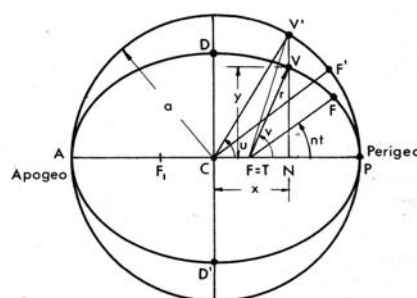
$$Q = \text{angle PTV} - \text{angle PTF}$$

En astronomia hi ha el costum de donar el nom d'anomalia a alguns angles i per això tenim:

angle PTV = angle perigeu-terra-sol veritable = a_v = anomalia veritable, v en la figura (angle recorregut pel Sol veritable des del perigeu)

angle PTF = angle perigeu-terra-sol fictici = a_m = anomalia mitjana (angle recorregut pel Sol fictici des del perigeu),

$$\text{de manera que } Q = a_v - a_m$$



L'anomalia mitjana és coneguda perquè també correspon a l'angle PCF', essent F' un punt que recorre la circumferència amb moviment uniforme en un temps T.

La velocitat angular de F' serà $n = 360^\circ/T$ (T = 1 any = 365,242199 dies)
i l'angle PCF' = PTF, en un cert instant t valdrà $(360^\circ/T)*t = nt$

Per passar de l'anomalia mitjana a l'anomalia veritable es fa ús d'un altre paràmetre que és l'angle PCV' anomenat anomalia excèntrica u.

Així doncs tenim definits els següents angles:

Anomalia mitjana $a_m = nt$

Anomalia veritable $a_v = v$

Anomalia excèntrica u

Relació entre l'anomalia mitjana nt i l'anomalia excèntrica u

A partir d'aquí ja obviem el desenvolupament del càlcul i diem simplement que s'arriba a l'anomenada Equació de Kepler:

$$u - e \cdot \sin u = (2\pi/T) \cdot (t - \theta) = nt$$

que relaciona l'anomalia excèntrica u amb l'excentricitat de l'òrbita e i l'anomalia mitjana nt, i on T és la durada de l'any, de 365,242199 dies, t és la data considerada i θ la data de pas del Sol pel perigeu.

Relació entre l'anomalia excèntrica u i l'anomalia veritable v

A partir de l'equació de l'el·lipse $(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$

i tenint en compte que $e = c/a = \sqrt{1 - (b^2/a^2)}$

a través d'un desenvolupament trigonomètric una mica prolix s'arriba al resultat de:

$$\text{tg}(v/2) = \text{tg}(u/2) \cdot \sqrt{[(1+e)/(1-e)]}$$

Relació entre l'anomalia mitjana nt i l'anomalia veritable v

Aquesta relació s'obté a partir de les dues expressions deduïdes anteriorment i també desenvolupant en sèrie la funció $\sqrt{[(1+e)/(1-e)]}$

Amb tot això s'arriba a la relació final:

$$Q = a_v - a_m = v - nt = 2e \sin nt + 5/4 e^2 \sin 2nt + \dots$$

En aquesta expressió es coneix el valor d'e, que és l'excentricitat de l'òrbita terrestre

$e = 0,168 \approx 1/60$ (segons F. Martín Asín),

o bé $e = 0,01671$ (segons l'Anuari OAN).

i també es coneix la velocitat angular del sol fictici n, que expressada el grau d'arc per dia val $360/365,242199 = 0,98565^\circ/\text{dia}$.

En l'expressió del valor de Q podem despreciar el segon terme i els següents, ja que hi figuren el quadrat i les potències superiors d'e que són uns valors molt petits ($e^2 = 0,00028$), i ens queda l'expressió simplificada:

$$Q = 2e \sin nt$$

Com que Q hi està expressat en radiants, si volem donar el valor de Q en segons d'arc cal multiplicar per $360 \cdot 60 \cdot 60 / 2\pi = 206.265$, de manera que tenim com a expressió resultant de l'equació de centre:

$$Q'' = 206.265 \cdot 2e \sin nt = 6.893,4 \sin nt$$

Màxims i mínims de l'equació de centre

Anem ara a veure on hi ha els màxims i mínims d'aquesta funció, que no és sinó una sinusoide. Per tant els valors nuls corresponen a $nt_1 = 0$, o sigui a $t_1 = 0$, i a $nt_2 = 180^\circ$, o sigui a $t_2 = 180/n = 180 \cdot 365,242199/360 = 365,242199/2$, o sigui al cap de mig any.

O sigui que els valors nuls de l'equació de centre corresponen al perigeu i a l'apogeu del Sol veritable i del Sol fictici, que ja hem dit que coincideixen. L'any 2006 aquestes efemèrides corresponien al 4 de gener a les 15h de TU i al 3 de juliol a les 24h de TU respectivament.

En una sinusoide sabem que el màxim correspon a $nt_3 = 90^\circ$ i el mínim a $nt_4 = 270^\circ$, d'on resulta:

$$t_3 = 90/n = 90 \cdot 365,242199/360 = 365,242199/4, \text{ que correspon a primers d'abril,}$$

$$i \quad t_4 = 270/n = 270 \cdot 364,2199/360 = 3 \cdot 364,2199/4, \text{ que correspon a primers d'octubre.}$$

En aquests moments de màxim i mínim el valor de Q és de $Q = 6.893,4 \sin nt$ però en el màxim $\sin nt = 1$ i en el mínim $\sin nt = -1$, o sigui que Q val $\pm 6.893,4$ valor en segons d'arc en la posició del Sol.

Per passar-ho a temps de rellotge cal dividir per 15, ja que 360° corresponen a 24h (o bé 1.296.000 segons d'arc corresponen a 86.400 segons de rellotge), per tant el valor màxim o el valor mínim de Q expressat en temps de rellotge és de $6.893,4/15 = 459,56$ segons = 7m 39,56s.

Reducció a l'equador

L'equació del centre ens dona la correcció que cal introduir a la longitud eclíptica del Sol fictici per obtenir la del Sol veritable, però ara falta trobar el valor d'aquest arc no pas mesurat sobre l'eclíptica sinó sobre l'equador (és a dir, per poder tenir el valor de l'ascensió recta) i això es fa com si fos una segona correcció anomenada correcció a l'equador.

Tampoc no detallarem aquí el procés de deducció de la fórmula trigonomètrica sinó que anirem al resultat final que és:

$$R = \operatorname{tg}^2(\varepsilon/2) \cdot \sin 2(\gamma V)$$

essent ε l'obliquïtat de l'eclíptica ($23^\circ 26' 18",6$) i l'arc γV la longitud eclíptica del Sol veritable.

i per passar aquest valor de radiants a segons d'arc també cal multiplicar per 206.265 (= $1.296.000/2\pi = \operatorname{cosec} 1''$).

$$R'' = 206.265 \cdot \operatorname{tg}^2(\varepsilon/2) \cdot \sin 2(\gamma V)$$

$\operatorname{tg}^2(\varepsilon/2)$ és un valor fix i per tant, aquesta expressió s'anul·la per a valors de l'arc γV de 0° , 90° , 180° i 270° , la qual cosa ocorre, per definició, en els moments dels equinoccis i els solsticis, o sigui en les dates del 20/21 mar, 21 jun, 22/23 set i 21/22 des.

Els màxims seran quan $\sin 2(\gamma V) = 1$, o sigui per a valors de γV de 45° i 225° , en les dates del 7/8 mai i 4 nov.

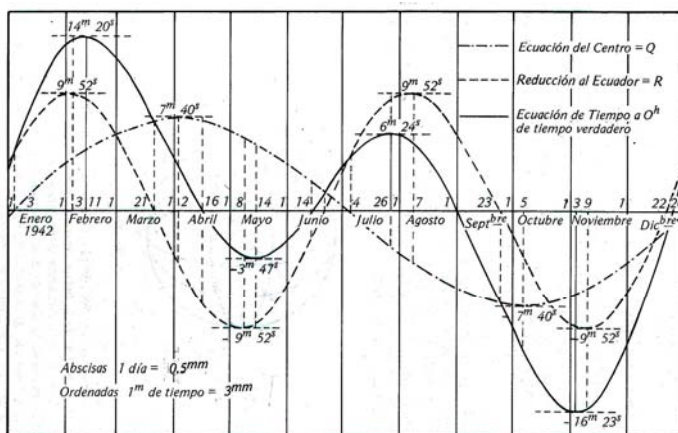
Els mínims seran quan $\sin 2(\gamma V) = -1$, o sigui per a valors de γV de 135° i 315° , en les dates del 8 ago i 3 feb.

En tots dos casos el valor absolut de R'' és de $8.884''$ d'arc, equivalents a 592 segons de rellotge = $9m\ 52s$.

Podem veure que R'' també és una sinusoide de longitud d'ona meitat de la de Q'' . Aquesta sinusoide durant l'any té 2 màxims, 2 mínims i s'anul·la 4 vegades.

Valor resultant de l'equació del temps

Tal com s'ha vist al principi $E_t = Q - R$, de manera que només cal restar en cada moment els valors corresponents dels dos paràmetres Q i R , i això és el que apareix tabulat en els llibres d'astronomia i en els anuaris. En la figura, corresponent a 1942, es pot veure les gràfiques de Q i de $-R$ i de la seva suma (s'ha representat $-R$ i no R per poder-la sumar a Q en lloc d'haver-la de restar).



El llibre "Astronomía" de F. Martín Asín (1982) indica que hi ha dos màxims negatius amb valors de:

$$E_t = -16m\ 23s\ (3-4-5\ nov) \quad i$$

$$E_t = -3m\ 47s\ (15\ mai)$$

i dos màxims positius de:

$$E_t = +14m\ 20s\ (10-11-12\ feb) \quad i$$

$$E_t = +6m\ 24s\ (26\ jul)$$

(se suposa que aquestes dades corresponen al mateix any 1942 de la figura).

En la figura es pot veure la posició del Sol veritable V quan passa pel meridià de Greenwich i la del Sol mitjà M que està més endavant o més endarrera de M' (projecció de V sobre l'equador) segons l'època de l'any. Recordem finalment que tant el dia mitjà com el dia veritable comencen en el moment del pas del Sol respectiu per semimeridià superior, i que és el temps civil que per comoditat situa les 0h a la nit, a base de sumar arbitràriament 12 hores al TSV o al TSM.



Qüestió de signes

Si es consulta diverses fonts d'informació pot semblar que hi ha una certa confusió en el signe d' E_t , però això depèn de si es considera l'ascensió recta del Sol veritable menys la del Sol mitjà o bé l'angle horari del Sol veritable (TSV) menys l'angle horari del Sol mitjà (TSM).

El llibre citat de F. Martín Asín la defineix clarament com diferència entre les respectives ascensions rectes i per això surt positiva de gener a abril i negativa d'abril a juny, positiva de juny a setembre i negativa de setembre a desembre.

El llibre "24 rellotges" d'E. Farré i C. Segura la dona com al nombre de minuts i segons que un rellotge de sol (TSV) s'avança o s'endarrereix en comparació amb un rellotge d'hora oficial (TSM), la qual cosa dona els signes canviats respecte al Martín Asín. En efecte, durant gener, febrer i març el rellotge de sol (Sol veritable) s'endarrereix, d'abril a octubre s'avança, de mitjan juny a primers de setembre s'endarrereix i després es torna a avançar fins a Nadal.

El llibre "Astronomical Algorithms" de Jean Meeus (1998) no dona cap taula però també defineix l'equació del temps com a la diferència entre els angles horaris del Sol veritable i el Sol mitjà, i en una figura mostra els seus valors alternativament negatius, positius, negatius i positius.

Finalment, l'Anuari de l'OA de Madrid diu que l'equació del temps és la diferència entre el temps solar veritable i el temps solar mitjà, criteri que coincideix amb el de diverses pàgines d'internet consultades.

Aquesta discrepància de signes ocorre perquè sobre l'esfera celeste l'ascensió recta i l'angle horari es llegeixen en sentits diferents, en sentit directe l'AR i en sentit retrògrad l'AH. Aleshores si segons el Martín Asín $E_t = \alpha_V - \alpha_M$, d'aquí resultaria que $E_t = H_M - H_V$, que és una expressió de signe contrari a totes les altres.

Això és perquè el Martín Asín és un llibre de l'any 1982, i el mateix Anuari ja adverteix (a la pàgina 123 en el de 2006) que hi va haver un canvi de definició que va comportar el canvi de signes a partir de 1994, de manera que no passa res d'estrany i tot queda clar.

L'equació del temps en altres planetes

Hem vist que l'Equació del temps resultant és la suma de dues causes i té dos màxims i dos mínims cada any perquè l'efecte de la inclinació axial és lleugerament superior a l'efecte de l'excentricitat de l'òrbita terrestre. Aquests dos efectes, a l'hemisferi nord, tendeixen a reforçar-se a l'hivern i a compensar-se a l'estiu.

En un planeta amb una òrbita quasi circular però amb una elevada inclinació axial, l'Equació del temps estaria pràcticament determinada per una de les dues causes i per això tindria dos màxims i dos mínims anuals gairebé de la mateixa magnitud. Això és el que li passa a Neptú, que té una inclinació axial de 30°, una mica superior a la de la Terra, però amb una excentricitat molt inferior, només una mica més de la meitat.

En canvi, en un planeta d'òrbita més excèntrica però amb una inclinació axial baixa, l'Equació del temps només tindria un màxim i un mínim anual. Aquest és el cas de Mart, que té una inclinació axial de 25°, semblant a la de la Terra, però una excentricitat orbital 5,6 vegades més elevada, de manera que la seva Equació del temps arriba fins a valors de 50 minuts (cal tenir en compte que el dia marcià té una durada molt semblant al terrestre). Un cas semblant seria el de Júpiter, amb una inclinació axial molt baixa, de només 3° i una excentricitat orbital 2,9 vegades més gran que la de la Terra.

L'analema

Sabem que l'analema és la figura formada per les diferents posicions del Sol, quan es fotografia cada dia (o periòdicament, a intervals semblants) a la mateixa hora, des d'un mateix lloc i en la mateixa posició de la càmera, cosa que es fa habitualment a migdia i mirant cap al sud.

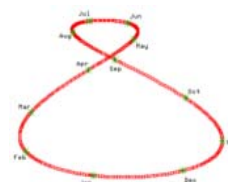
Degut a l'Equació del temps, no veuríem el Sol només anant amunt i avall sobre la mateixa línia, sinó que, a més d'estar a més o menys alçada sobre l'horitzó, també el veuríem

més a la dreta o a l'esquerra del meridià. Si nosaltres poguéssim volar en un avió per sobre de l'equador, sempre cap a ponent, i amb una velocitat que ens permetés fer una volta exacta a la Terra cada dia (a $40.000/24 = 1.666,67$ km/h), dintre del mateix dia ens semblaria que el Sol aparentment està fix, però al cap de l'any veuríem que es mou segons la figura de l'analema.

L'analema té la forma d'un 8 allargassat, però que no té els dos lòbuls iguals (el de sobre és més petit), ni és perfectament simètric, i l'Equació del temps ens explica la causa d'aquesta potser sorprenent anomalia.



L'analema d'aquesta foto està fet a Grècia, sobre l'anomenat Tholos de Marmària, a l'antic santuari de Delfos i no està fet mirant cap al sud sinó cap a llevant, per això el seu eix no és vertical.



Asimetria de l'analema:

Òbviament el punt més alt i el més baix de l'analema corresponen als dos solsticis (si fèssim un enregistrament continu de les imatges) i, per tant, estan l'un $23^{\circ} 26' 18'',6$ per sobre de l'equador celeste i l'altre $23^{\circ} 26' 18'',6$ per sota, encara que per l'asimetria esmentada no estan situats exactament sobre el meridià. En realitat no n'estan gaire lluny perquè en els solsticis el valor de l'Equació del temps és força baix, d'1m 28s el 21 de juny i de 2m 13s el 21 de desembre, mentre que els zeros més pròxims als solsticis corresponen al 14 de juny i al de 25 desembre, aproximadament.

Si el lòbul superior de l'analema és més petit que l'inferior, això vol dir que el punt d'intersecció de les dues línies està situat més amunt de l'equador. Això és perquè els altres dos dies en què l'Equació del temps val 0 estan força més allunyats dels equinoccis, respectivament unes 3 setmanes més tard en l'equinocci de primavera (\approx el 15 d'abril) i unes 3 setmanes més d'hora en l'equinocci de tardor (\approx l'1 de setembre), tot això per a l'hemisferi nord.

En canvi, el fet que l'analema no sigui simètric respecte al meridià és perquè l'instant del periheli (\approx el 4 de gener) i de l'afeli (\approx el 3 de juliol) no coincideixen exactament amb els solsticis. Aquesta també és la causa que en alguns dies de l'any, el dia (entenen aquí per dia les hores de claror o sigui l'interval entre la sortida i la posta del Sol en un horitzó pla) s'allargui per un cap i s'escurci per l'altre, o bé al revés. P. ex. el dia ja s'allarga pel vespre aprox. a partir del 10 de desembre, però encara s'escurça pel matí aprox. fins al 4 de gener, i a l'estiu el dia ja s'escurça pel matí aprox. a partir del 14 de juny, però en canvi s'allarga pel vespre fins a aprox. el dia 28 (no puc precisar més aquestes dates perquè l'Anuari de l'AOM només dona aquestes hores amb precisió de minuts i no de segons).

Això que pot semblar molt estrany és perquè se sobreposen els efectes de l'allargament o escurçament global de les hores de claror del dia, que és simètric respecte al moment del migdia, amb el desplaçament del pas del Sol veritable pel meridià degut a (o millor, explicat per) l'Equació del temps. P. ex. en el solstici d'hivern, 21-22 de desembre, el desplaçament horari del pas del Sol pel meridià degut a l'Equació del temps és de l'ordre dels 27 segons diaris (no tinc els valors exactes) en el sentit d'endarrerir aquest pas, i aquesta variació és superior a la variació diària de les hores de llum. Per això, a finals d'any, l'inici de l'allargament del dia pel matí s'endarrereix i per la part del vespre s'avença.

L'analema per a diferents planetes

Tal com s'ha dit abans per al valor de l'Equació del temps, per a diferents planetes la forma de l'analema també varia. S'ha dit que per a Mart i Júpiter l'Equació del temps només té un màxim i un mínim anuals, i per això les dues branques de les seves analemes no es creuen i no tenen forma d'un 8. Concretament l'analema per a Mart té una forma com d'una pera (v. l'Astronomic Picture of the Day del 26 de juny de 2003) . Per a Saturn un lòbul és molt i molt petit en comparació amb l'altre, mentre que per a Neptú, que té una òrbita molt poc excèntrica, els dos lòbuls són gairebé iguals.

També cal puntualitzar que la forma de les analemes no depèn només de l'excentricitat orbital i de la inclinació axial, sinó també de la posició relativa entre els solsticis i equinoccis respecte a la línia dels àpsides o eix major de l'el·lipse de l'òrbita.

Variació de l'analema amb el temps

Com que la posició del periheli dels planetes varia amb el temps, es pot dibuixar els analemes corresponents a diferents èpoques. P. ex. en les figures adjuntes podem veure l'analema corresponent a la Terra uns 900 anys enrere, quan el periheli i l'afeli coincidien amb els solsticis (analema ben simètric), després podem veure l'analema actual, i finalment l'analema que es veurà d'aquí a uns 5.000 anys, quan el periheli i l'afeli coincidiran amb els equinoccis (els dos lòbuls iguals i amb una manca de simetria molt més accentuada).

